29-1

# 淡江大學 102 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：數學學系三年級　　科目：線 性 代 數

考試日期：7 月 24 日(星期三) 第 1 節　　本試題共 5 大題， 1 頁

**1. In each case, decide whether the matrix A is diagonalizable. If so, find P such that $P^{-1}AP$ is diagonal.**

**(a)** $A=\begin{bmatrix} 5 & 8 & 16 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & -4 & -11 \end{bmatrix}$　　**(b)** $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.

**(20%)**

**2. Decide whether each of the following sets of vectors is linearly dependent or linearly independent.**

**(a)** $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}\right\}$　　**(b)** $\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}\right\}$　　**(c)** $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}\right\}$. **(20%)**

**3. Let** $T: R^4 \to R^3$ **be defined by** $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} x_1-2x_2-x_3+3x_4 \\ 2x_1-4x_2+x_3 \\ x_1-2x_2+2x_3-3x_4 \end{bmatrix}$.

**(20%)**

**(a) Prove that** $T$ **is a linear transformation.**

**(b) Find bases for** $\ker T$ **and** $imT$**, respectively.**

**(c) Find** $Nullity(T)$.

**4. Let A =** $\begin{bmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, **(20 %)**

**Find** $|A|$, $adjA, A^{-1}$ **and** $adj(adjA)$.

**5. Prove that** $|AB|=|A||B|$ **for any n×n matrices A and B.** **(20 %)**