

# 淡江大學 103 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：物理學系三年級

科目：應用數學

考試日期：7月20日(星期日)第4節

本試題共 6 大題， 1 頁

1. ODE:  $y''(t) - y'(t) - 2y(t) = t$ , (a)求  $y_c(t)$ (complementary solution) (b)求

$y_p(t)$ (particular solution) (c) 若起始條件:  $y(0) = 2, y'(0) = 0$  ,求完整解

$$y(t) = y_c(t) + y_p(t) \quad (20\%)$$

2. 複數  $z = re^{i\theta}$ , 求複數  $z = i^3(1-i)(-2\sqrt{3}+2i)$  對應的  $r, \theta$ . (10%)

註:  $i = \sqrt{-1}, r = |z|$

3. (a) Evaluate  $\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \sin^2 \theta \cos^2 \theta d\theta$  (b) Evaluate  $\int_{t=0}^{t=\infty} t^2 e^{-st} dt, s > 0$

(c) Evaluate  $\nabla(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  (25%)

4.(a) Find the eigenvalues and eigenvectors of the following matrix.

$$\begin{pmatrix} 10 & -18 \\ 6 & -11 \end{pmatrix} \quad (\text{b}) \quad \text{Find the inverse matrix of } \begin{pmatrix} 10 & -18 \\ 6 & -11 \end{pmatrix} \quad (15\%)$$

5.  $\vec{a} = -y\hat{i} + x\hat{j}$  ,(a)求  $I = \oint_C \vec{a} \cdot d\vec{r}$  , $C$  為逆時針之圓( $x^2 + y^2 = 9$ )路徑(b)求  $\nabla \times \vec{a}$  (15%)

6.(a) 說明 Fourier transform 與 Fourier series 在應用上的差別

$$(\text{b}) f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x-2m), m = \text{integer}, f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{2\pi nx}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{2\pi nx}{d}$$

求  $d, A_0, A_n$  and  $B_n$  (15%)