

淡江大學 101 學年度轉學生招生考試試題

系別：物理學系三年級

科目：理論力學

考試日期：7月17日(星期二) 第3節

本試題共 5 大題， 1 頁

1. (20分)考慮在一光滑平面上，一個質量為 m 之物體有一彈性常數為 k 的彈簧，平衡時彈簧長度為 x_0 ，(a) (4分)寫出描述物體 m 運動之微分方程式。(b) (4分)求解 $x = x(t)$ (c) (4分)當物體在 $t = 0$ 時，速度大小為 v_1 位置為 x_1 ，求振幅 A 和相位 ϕ (d) (4分)算出位能的時間平均值， $\langle U \rangle$?(e) (4分)以及動能的時間平均值， $\langle T \rangle$?2. (20分)考慮一原先靜止於空氣中質量為 m 之物體，因受重力的作用而落下，若空氣阻力正比於速度大小的平方 (i.e., kmv^2)，證明物體的速度由 v_0 加速至 v_1 ，這段時間內物體掉落的高度為

$$S(v_0 \rightarrow v_1) = \frac{1}{2k} \ln \left[\frac{g - kv_0^2}{g - kv_1^2} \right]$$

2. (20分)若一質量為 m 之質點墜入一貫穿地球並通過其中心之直線型通道，在忽略地球旋轉效應的情況下，試證此質點之運動軌跡為簡諧振盪。4. (20分)若一質點 m ，自一半徑為 a 的固定的光滑半球滑落。試以 Lagrangian undetermined multiplier 之方法處理。(a) (4分)寫出這個體系之 Lagrangian， $L = ?$

(b) (4分)其 equation of constraint?

(c) (4分)其 Lagrangian equations of motion?

(d) (4分)試求質點 m 脫離半球之角度。(e) (4分)試求質點 m 之 force of constraint.5. (20分)考慮在一光滑平面上，兩個質量為 m 之物體分別以一彈性常數為 k 的彈簧連於牆壁，並以同一彈性的彈簧彼此連結，平衡時彈簧長度皆為 b 。在 $t = 0$ 時，此兩個物體之速度皆為 0、位置則分別為 $x = b$ 與 $\alpha + 2b$ 。

(a) (5分)寫出此系統之運動方程式。

(b) (5分)算出其振盪頻率。

(c) (10分)試求此系統之解。