

# 淡江大學 98 學年度轉學生招生考試試題

64~1

系別：統計學系三年級

科目：統計學

准帶項目請打「V」	
√	計算機

本試題共 3 大題，3 頁

注意事項：答案卷中請清楚標示題號，並請詳列公式與計算過程。計算過程中請以四捨五入至小數點第二位計算。

一. 敘述或定義下列統計名詞或定理：(每一小題 5 分)

- (1) 中央極限定理 (The Central Limit Theorem)      (2) 獨立事件 (Independent Event)

二. 選擇題( 單選)：(每小題 4 分)

- ( ) 1. 設 A、B 為樣本空間中之兩個獨立事件， $A^C$ 、 $B^C$  分別為 A 與 B 之餘事件，則下列敘述那一個是正確的。  
 (a) A 與 B 為互斥事件      (b)  $A^C$  與  $B^C$  為互斥事件      (c)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$       (d)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- ( ) 2. 設 A、B 為兩個相互獨立的事件，今已知  $P(A) = 0.4$ ， $P(B) = 0.5$ ，則事件  $A \cup B$  之機率為  
 (a) 0.6      (b) 0.7      (c) 0.8      (d) 0.9
- ( ) 3. 設 A、B 為兩個互斥事件，已知  $P(A) = p$ ， $P(B) = q$ ，又定義  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  分別為 A 與 B 之餘事件，則事件  $\bar{A} \cap \bar{B}$  之機率為  
 (a) 0      (b)  $(1-p)(1-q)$       (c)  $1-p-q$       (d)  $1-p+q$
- ( ) 4. 設 X 與 Y 為二個隨機變數， $E(X)$ 、 $E(Y)$ 、 $E(XY)$  及  $V(X)$ 、 $V(Y)$ 、 $V(XY)$  分別為 X、Y、XY 之期望值與變異數，若  $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ ，則下列敘述何者為真？  
 (a) X 與 Y 獨立      (b) X 與 Y 不獨立      (c)  $V(XY) = V(X) \cdot V(Y)$       (d)  $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$
- ( ) 5. 設隨機變數 X 服從平均數  $\mu$ ，標準差  $\sigma$  的常態分配，即  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。若  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為由 X 所抽出之一組大小為 n 的隨機樣本，且  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$ ， $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$ ，則下列那一個結果是不正確的。  
 (a)  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$       (b)  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n-1)$       (c)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$       (d)  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$
- ( ) 6. 設隨機變數 X 服從平均數  $\mu$ ，標準差  $\sigma$  的常態分配，其中參數  $\mu$  是已知的，而  $\sigma$  是未知的。若  $X_1, X_2, X_3$  為由 X 所抽出之一組大小為 3 的隨機樣本，則下列那一個不是統計量。  
 (a)  $X_1 + X_2 + X_3$       (b)  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^3 X_i^2$       (c)  $\min(X_1, X_2, X_3)$       (d)  $X_1 + 2\mu$

三. 計算題： 註：計算數值請計算至小數第二位(四捨五入)。

1. 設 A、B 為兩個事件，已知  $P(A) = \frac{1}{4}$ ， $P(A|B) = \frac{1}{2}$ ， $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ，又定義隨機變數 X、Y 分別

$$\text{為 } X = \begin{cases} 1, & A \text{事件發生} \\ 0, & A \text{事件不發生} \end{cases}, \quad Y = \begin{cases} 1, & B \text{事件發生} \\ 0, & B \text{事件不發生} \end{cases},$$

試求：(1) 隨機變數 X、Y 的聯合機率分配  $f(x,y)$  為何？ (6 分)

(2) 令  $Z = X^2 + Y^2$  則隨機變數 Z 的機率分配  $f(z)$  又為何？ (6 分)

2. 淡江蛋捲專賣店每天的蛋捲銷售量 Y (單位：盒) 一個隨機變量，且 Y 具有如下之機率分配

y	10	20	30	40	50
$f(y)$	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2

若每天的利潤  $X = \frac{1}{10} Y^2 + 2Y - 100$ ，試求：

(1)  $P(X < 0) = ?$  (6 分)

(2) 淡江蛋捲專賣店每天平均的利潤是多少？ (6 分)

本試題雙面印製

# 淡江大學 98 學年度轉學生招生考試試題

系別：統計學系三年級

科目：統 計 學

准帶項目請打「V」

計算機

本試題共 3 大題，3 頁

頁

3. 設  $X$  為一隨機變數，且  $E(X) = \mu$ ,  $V(X) = \sigma^2 \neq 0$ ，若使  $E(aX + b) = 0$ ,  $V(aX + b) = 1$ ，則試求  
 a 和 b 之值為何？（6分）
4. 某銀行金融卡業務員每日造訪 4 位客戶推銷其新的產品，若隨機抽得其 60 天造訪結果，得如下資料：

推銷成功次數 (x)	0	1	2	3	4
天數	20	20	10	8	2

則：(1) 試估計該業務員每日推銷成功的機率 p 之值。（4分）  
 (2) 試在顯著水準 0.05 下，請檢定該業務員每日推銷成功的次數是否符合二項分配？

(須寫出完整之檢定步驟) （6分）

註：二項分配為  $P(X=x) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$   $x=1,2,\dots,n$

5. 為了解都市和鄉村的家庭花在娛樂方面的支出金額是否相同，今各自都市和鄉村中隨機抽出 50 個家庭，詢問其家庭一個月花在娛樂方面的支出為多少，經調查及統計，得資料如下：(單位：元)

	樣本數 ( $n_i$ )	平均數 ( $\bar{x}_i$ )	標準差 ( $s_i$ )
都市	50	7800	1200
鄉村	50	6500	1000

假設都市和鄉村的家庭花在娛樂方面的支出金額之分配均為常態分配，且兩母體之變異數相等。試以下列各方法檢定都市和鄉村的家庭花在娛樂方面的支出金額是否相同？(取顯著水準  $\alpha = 0.05$  檢定之)

(1) 兩母體平均數差的檢定 （6分） (2) 變異數分析法，與 (1) 之結論是否相同？（6分）

6. 小陳利用一筆樣本數為  $n=10$  之變數 X 與變數 Y 的樣本資料  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_{10}, Y_{10})$ ，今他以普通最小平方法(OLS)估得直線迴歸模型  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，而  $\varepsilon_i$  為獨立且  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$  之估計迴歸直線為  $\hat{Y}_i = -3.42 + 0.89 X_i$ ，及 經計算得  $S_{xx} = \sum (X_i - \bar{X})^2 = 6.38$ ，  
 $SSE = \sum (Y_i + 3.42 - 0.89 X_i)^2 = 0.86$ 。請根據上述已知訊息：

- (1) 試求  $\hat{\beta}_0 = ?$  及  $\hat{\beta}_1 = ?$  （4分）  
 (2) 試估計共同母體標準差  $\sigma$  之值。（3分）  
 (3) 試求此兩變數 X 與 Y 之樣本相關係數  $r_{xy} = ?$  （3分）  
 (4) 試求斜率  $\beta_1$  之 95% 信賴區間。（4分）

## 淡江大學 98 學年度轉學生招生考試試題

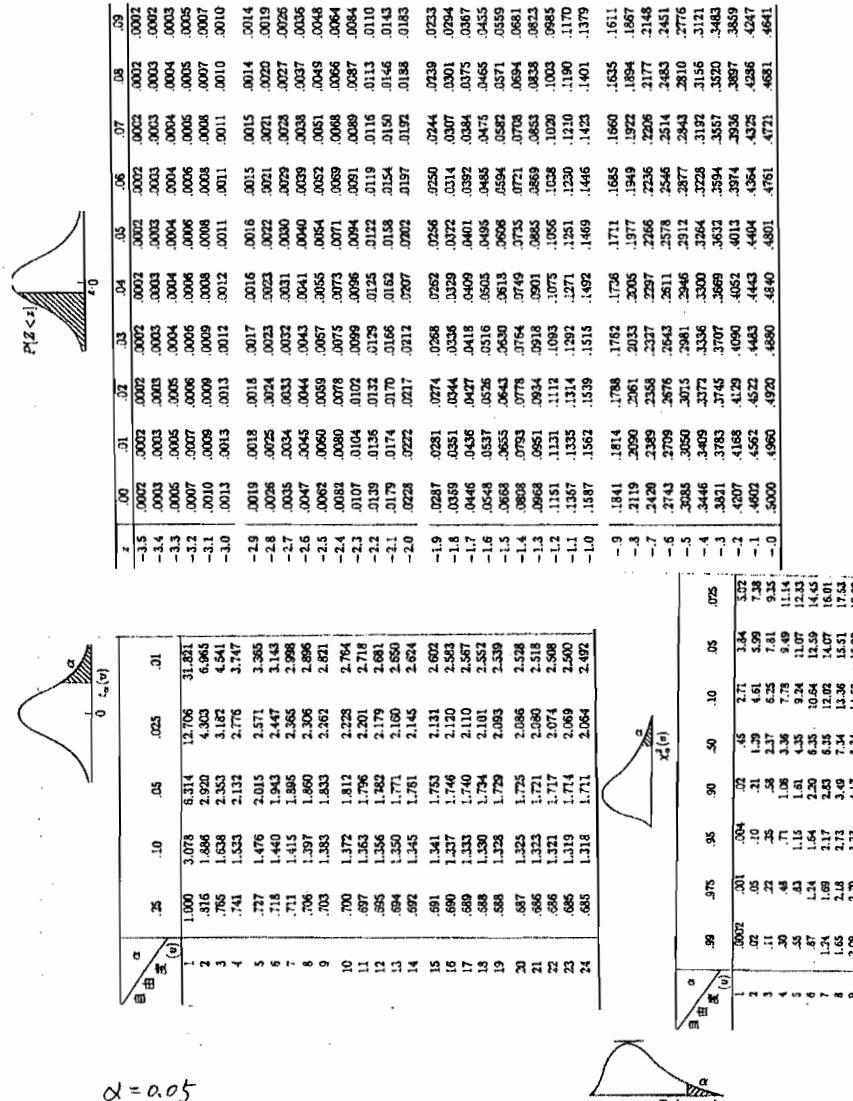
系別：統計學系三年級

科目：統 計 學

准帶項目請打「V」	
V	計算機

本試題共 3 大題，3 頁

附：

另： $F_{0.05}(1.98) = 3.9381$ ,  $F_{0.05}(2.98) = 3.0892$ ,  $F_{0.05}(1.99) = 3.9371$ ,  $F_{0.05}(2.99) = 3.0882$ ,  $F_{0.05}(1.100) = 3.9362$ ,  $F_{0.05}(2.100) = 3.0873$