

淡江大學九十學年度日間部轉學生招生考試試題

系列：統計學系三年級

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

科目：機率與微積分

本試題共 / 頁

一. 投擲一公正的銅板，直至出現正面為止。(a) 若記錄所需投擲的次數，則其樣本空間 (sample space) 為何?
(15%)

(b) 設隨機變數 X 表所需投擲的次數，則
 (1) X 之 pdf. (機率密度函數) 為何?
 (2) X 之期望值, $E(X)$, 又為何?

二. 設 A_1, A_2, \dots, A_n 為 n 個互相獨立的事件，且 $P(A_j) = p_j, j = 1, 2, \dots, n$.

(10%) 試求 (a) n 個事件中，沒有一個事件發生的機率。
 (b) n 個事件中，至少有一個事件發生的機率。

三. 設隨機變數 Y 之 pdf 為 $f(y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0$. 給定 $Y=y$ 之條件下， X 之條件 pdf, $f(x|y) = \binom{y}{x} p^x (1-p)^{y-x}, x = 0, 1, 2, \dots, y$.

試求 (a) X 之 pdf.
 (b) 給定 $X=x$ 時, Y 之條件 pdf, $f(y|x)$.

四. 設 X, Y 之 joint pdf 為 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $V = -2 \ln X, W = X+Y, Z = XY$.

試分別求 (a) V , (b) W , 及 (c) Z 之 pdfs.

五. 試求下列各極限值:

(15%) (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$, (b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$, (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^x$.

六. 試求下列各積分:

(15%) (a) $\int_{-6}^0 \sqrt{-x^2-6x} dx$, (b) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x-x^2}} dx$, (c) $\int_0^2 \int_y^2 \frac{y}{(1+x^3)^2} dx dy$.

七. (a) 設 $f(x) = \int_x^0 \int_0^{t^2} \sqrt{1+u^2} du dt$, 試求 $f''(x)$.

(b) 利用微分法求 $\sqrt{(2.99)^2 + (4.02)^2}$ 之近似值.

八. 設 $f(x) = 5x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$, (a) 試求其極值及反曲點.
 (b) 作圖.